

Контрольная работа №1

Аксиомы стереометрии. Взаимное расположение прямой и плоскости

Вариант I

Часть А

- 1) Прямые a и b скрещивающиеся. Прямая c параллельна прямой b . Могут ли прямые a и c пересекаться?
- 2) Плоскость α проходит через верхнее основание трапеции $ABCD$. Докажите, что любая прямая, лежащая в плоскости α и параллельная прямой BC , параллельна прямой AD . Точки M и N - середины боковых сторон. Найдите AD , если $BC=8$, $MN=12$.
- 3) Прямая FA проходит через вершину параллелограмма $ABCD$ и не лежит в плоскости параллелограмма.
 - а) Докажите, что FA и CD скрещивающиеся.
 - б) Чему равен угол между прямыми FA и CD , если угол FAB равен 30 градусов?

Часть Б

- 1) Прямая a параллельна плоскости α , прямая b также параллельна плоскости α . Могут ли a и b :
 - а) Быть параллельными?
 - б) Пересекаться?
 - в) Быть скрещивающимися прямыми?
- 2) Точка M лежит вне плоскости параллелограмма $ABCD$.
 - а) Докажите, что средние линии треугольников MAD и MBC параллельны.
 - б) Найдите эти средние линии, если боковая сторона параллелограмма равна 5 , а его высота равная 4 и делит сторону, к которой проведена, пополам.
- 3) Через вершину C квадрата $ABCD$, проходит прямая CK , не лежащая в плоскости квадрата.
 - а) Докажите, что CK и AD скрещивающиеся.
 - б) Чему равен угол между CK и AD . Угол CBK равен 45 градусов, угол $СКВ$ равен 75 градусов?

Часть В

- 1) Две плоскости пересекаются по прямой L . Прямые L и A скрещивающиеся, прямые L и B параллельны. Могут ли прямые A и B :
 - а) Лежать в одной из плоскостей?
 - б) Лежать в разных плоскостях?
 - в) Пересекать эти плоскости?В случае утвердительного ответа укажите взаимное расположение прямых L и A .
- 2) Плоскость α пересекает стороны AB и BC треугольника ABC в точках M и N соответственно. $BN:NC=5:8$. $MB:AB=5:13$.
 - а) Докажите, что $AC \parallel \alpha$.
 - б) Найдите MN , если $AC=26$.
- 3) Точки A , B , C и D не лежат в одной плоскости. Найдите угол между прямыми AC и BD , если $AC=16$, $BD=20$. Расстояние между серединами AD и BC равно 6 .

Дата: _____ Класс: _____ Имя: _____

Вариант II

Часть А

- 1) Прямые a и b параллельны. Прямая c скрещивающаяся с прямой b . Могут ли прямые b и c быть параллельны?
- 2) Плоскость α проходит через нижнее основание трапеции $ABCD$, докажите что любая прямая лежащая в плоскости α и параллельная прямой BC , параллельна прямой AD . Точки M и N - это середины боковых сторон. Найдите BC , если $AD=24$, $MN=18$.
- 3) Прямая GA проходит через вершину трапеции $ABCD$ и не лежит в ее плоскости.
 - а) Докажите, что GA и BC скрещивающиеся.
 - б) Чему равен угол между прямыми GA и BC , если угол GAD равен 70 градусов?

Часть Б

- 1) Прямая a пересекает плоскость α , прямая b также пересекает плоскости α . Могут ли a и b :
 - а) Быть параллельными?
 - б) Пересекаться?
 - в) Быть скрещивающимися прямыми?
- 2) Треугольник ABC и трапеция $KMNP$ имеют общую среднюю линию EF , $MN \parallel EF$, $EF \parallel BC$.
 - а) Докажите, что $BC \parallel KP$.
 - б) Найдите KP и MN , если $BC=24$. $KP:MN = 8:3$.
- 3) Точка F лежит вне плоскости трапеции $ABCD$.
 - а) Докажите, что AF и BC скрещивающиеся.
 - б) Чему равен угол между AF и BC , если угол AFD равен 70 градусов, угол FDA равен 40 градусов?

Часть В

- 1) Две плоскости пересекаются по прямой L . Прямые L и A скрещивающиеся, прямые L и B скрещивающиеся. Могут ли прямые A и B :
 - а) Лежать в одной из плоскостей?
 - б) Лежать в разных плоскостях?
 - в) Пересекать эти плоскости?В случае утвердительного ответа укажите взаимное расположение прямых L и A .
- 2) Плоскость α проходит через сторону AB треугольника ABC . Прямая пересекает стороны BC и AC в точках M и N соответственно. $MC:BC=6:13$ $NC:AN=6:7$.
 - а) Докажите, что $MN \parallel \alpha$.
 - б) Найдите MN , если $AC=39$.
- 3) Точки A , B , C и D не лежат в одной плоскости. Найдите угол между прямыми AC и BD , если $AC=10$, $BD=10$. Расстояние между серединами AD и BC равно 5 .

Контрольная работа №2

Перпендикулярность прямых и плоскостей

Вариант I

Часть А

- 1) Отрезок KC – перпендикулярен к плоскости треугольника ABC , KB перпендикулярно AB .
 - а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
 - б) Докажите перпендикулярность плоскостей KAC и ABC .
 - в) Чему равен KB , если $AC=14$, $BC=6$. Угол KBC равен 45 градусам.
- 2) Основание AC равнобедренного треугольника лежит в плоскости α . Найдите расстояние от точки A до плоскости α , если $AB=5$, $AC=2\sqrt{3}$, а двугранный угол между плоскостью треугольника и плоскостью α равен 60 градусам.
- 3) Из точки A к плоскости α проведены наклонные AB и AC , образующие с плоскостью угол 60 градусов. $BC=AC=6$. Найдите AB .

Часть Б

- 1) Отрезок KA – перпендикулярен к плоскости ABC . Точка M - середина BC . KM перпендикулярно BC . $AB=BC$
 - а) Докажите, что треугольник ABC - равносторонний.
 - б) Докажите перпендикулярность плоскостей KBC и KAM .
 - в) Найдите площадь треугольника ABC , если $BK=8$, $KA=3\sqrt{3}$, $BC=6$.
- 2) Точка S удалена от вершин правильного треугольника на $3\sqrt{3}$ см. Найдите двугранный угол $SABC$, если $AB=9$.
- 3) Прямая AB – ребро двугранного угла, равного 90 градусов. Прямые AA_1 и BB_1 принадлежат разным граням данного угла. $AA_1 \parallel BB_1$, BB_1 перпендикулярно AB . Докажите, что прямые AA_1 и BB_1 скрещиваются. Найдите угол между этими прямыми.

Часть В

- 1) Точка O лежит на биссектрисе угла ABC , равного 60 градусов, отрезок DO перпендикулярен плоскости ABC . $AB=AC$.
 - а) Докажите, что точка D равноудалена от точек A и C .
 - б) Докажите перпендикулярность плоскостей DAC и DOB .
 - в) Найдите DB , если $AC=12$ и $DO=8$.
- 2) Равнобедренные треугольники ABC и ADC имеют общее основание AC , двугранный угол $BACD$ - прямой. Найдите двугранный угол $DCBA$, если угол ACD равен 45 градусов, а угол CAB равен 60 градусов.
- 3) В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ постройте и найдите линейный угол между плоскостями сечений $AB_1 C_1 D$ и $A_1 D_1 CB$.

Дата: _____ Класс: _____ Имя: _____

Вариант II

Часть А

- 1) Отрезок KC – перпендикуляр к плоскости треугольника ABC , KB перпендикулярно AB .
 - а) Докажите, что треугольник ABC - прямоугольный.
 - б) Докажите перпендикулярность плоскостей KAC и ABC .
 - в) Найдите KB , если $AC=16$, $BC=8$. Угол KBC равен 45 градусам.
- 2) Основание AC равнобедренного треугольника лежит в плоскости α . Найдите расстояние от точки A до плоскости α , если $AB=20$, $AC=25$, а двугранный угол между плоскостью треугольника и плоскостью α равен 45 градусам.
- 3) Из точки A к плоскости α проведены наклонные AB и AC и перпендикуляр AO . Наклонные образуют с этой плоскостью углы равные 60 градусам. Найдите BC , если $BC=BO$, $OC=8$.

Часть Б

- 1) Отрезок KA – перпендикуляр к плоскости прямоугольника $ABCD$. Точка O - пересечение AC и BD . KO перпендикулярно BD .
 - а) Докажите, что $ABCD$ - квадрат.
 - б) Перпендикулярность плоскостей KBD и KOA .
 - в) Найдите площадь прямоугольника $ABCD$, если $KO=5$, $KA=3$, угол BKD равен 90 градусам.
- 2) Точка S удалена от вершин правильного треугольника на $48\sqrt{3}$ см. Найдите двугранный угол $SABC$, если $AB=12$.
- 3) Прямая AB – ребро двугранного угла, равного 45 градусам. Прямые AA_1 и BB_1 принадлежат разным граням данного угла. Прямые AA_1 и BB_1 перпендикулярны прямой AB . Каким может быть расположение прямых AA_1 и BB_1 ? Докажите свое утверждение.

Часть В

- 1) Отрезок DO – перпендикуляр к плоскости угла ABC , равного 90 градусам. Точка O лежит внутри угла, а точка D равноудалена от его сторон.
 - а) Докажите, что прямая BO делит угол ABC пополам.
 - б) Докажите перпендикулярность плоскостей DAC и DOB .
 - в) Найдите DO , если $AC=12$ и $DB=16$.
- 2) Равнобедренный треугольник ADC с углом D равным 90 градусам, и равносторонний треугольник ABC имеют общее основание AC . Двугранный угол $BACD$ - прямой.
 - а) Найдите все углы между прямыми проведенными к вершинам треугольника ABC и этой плоскостью.
 - б) Найдите углы треугольника образованного высотами треугольников ABC и ADC , опущенными к стороне AC .
- 3) В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ постройте и найдите линейный угол между плоскостями сечений $C_1 D_1 A B$ и $D C B_1 A_1$.

Дата: _____ Класс: _____ Имя: _____

Контрольная работа №3

Многогранники

Вариант I

Часть А

- 1) Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с гипотенузой 5см и катетом 4см. Найдите площадь боковой поверхности, если грань содержащая наименьший катет – квадрат.
- 2) Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 8см, и образует угол 30 градусов с плоскостью основания.
 - а) Найдите высоту пирамиды.
 - б) Найдите площадь боковой поверхности.
- 3) Ребро правильного тетраэдра равно a . Постройте сечение плоскостью, проходящей через ребро АВ и делящее его в отношении 1:3, и проходящей параллельно ребру ВС. Найдите площадь сечения.

Часть Б

- 1) Основание прямого параллелепипеда – ромб с диагоналями 48 и 20 см. Большая диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в 45 градусов. Найдите площадь полной поверхности.
- 2) Основание пирамиды - правильный треугольник с площадью равной $163\sqrt{3}$. Две боковые грани перпендикулярны плоскости основания, а третья наклонена к ней под углом 45 градусов.
 - а) Найдите длину ребер пирамиды.
 - б) Найдите площадь боковой поверхности.
- 3) Ребро куба $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ равно a . Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через прямую $АД_1$ и середину $ВС$. Найдите площадь сечения.

Часть В

- 1) Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с катетами 12 и 9 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее наименьшее сечение, проходящее через боковое ребро - квадрат.
- 2) Основание пирамиды – ромб с меньшей диагональю d и тупым углом α . Все двугранные углы при основании пирамиды равны β . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
- 3) Ребро куба $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ равно a . Постройте сечения куба плоскостью, проходящей через середины ребер AA_1 , AD , A_1B_1 .

Дата: _____ Класс: _____ Имя: _____

Вариант II

Часть А

- 1) Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с гипотенузой 5 см и катетом 12 см. Найдите площадь боковой поверхности, если грань содержащая больший катет – квадрат.
- 2) Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 6 см, а боковое ребро образует угол 45 градусов с плоскостью основания.
 - а) Найдите длину бокового ребра пирамиды.
 - б) Найдите площадь боковой поверхности.
- 3) Ребро правильного тетраэдра равно a . Постройте сечение плоскостью, проходящей через ребро AC и делящее его в отношении 1:2, и проходящей параллельно ребру AB . Найдите площадь сечения.

Часть Б

- 1) Основание прямого параллелепипеда – ромб с большей диагональю 30 см. Меньшая диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в 45 градусов и равна $242\sqrt{2}$. Найдите площадь полной поверхности.
- 2) Основание пирамиды - равнобедренный прямоугольный треугольник с гипотенузой равной $62\sqrt{2}$. Две боковые грани, содержащие катеты, перпендикулярны плоскости основания, а третья наклонена к ней под углом 30 градусов.
 - а) Найдите длину ребер пирамиды.
 - б) Найдите площадь боковой поверхности.
- 3) Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно a . Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точку B и середину DA , параллельно A_1D . Найдите площадь сечения.

Часть В

- 1) Основание прямой призмы - равнобедренный треугольник с боковой стороной 26 см и основанием 20 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее наименьшее сечение, проходящее через боковое ребро - квадрат.
- 2) Основание пирамиды – ромб с боковой стороной равной a и острым углом α . Все двугранные углы при основании пирамиды равны β . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
- 3) Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно a . Постройте сечения куба плоскостью, проходящей через середины ребер AB , DD_1 , B_1C_1 .